Polynomdivision

Spickzettel | Aufgaben | Lösungen PLUS | Lernvideos

Mit Hilfe der **Polynomdivision** kann man Nullstellen von Polynomfunktionen bestimmen. Dabei geht man ähnlich wie bei der schriftlichen Division vor.

Im Grunde geht es hierbei darum eine Nullstelle eines Polynoms „herauszuteilen“ um ein vereinfachtes Polynom zu erhalten, bei dem man die Nullstellen leichter bestimmen kann.

Hat man also eine Nullstelle x_0 eines Polynoms $f(x)$ gegeben, so berechnet man mit der Polynomdivision ein Polynom $g(x)$ mit

$$\boxed{g(x)\cdot(x-x_0)=f(x)\Leftrightarrow f(x):(x-x_0)=g(x)}$$

Wegen des Satzes vom Nullprodukt sind die Nullstellen von g auch wieder Nullstellen von f. Meist wird diese erste Nullstelle in den Aufgaben vorgegeben. Man kann sie aber auch durch Probieren herausfinden.

Vorgehen

Wir illustrieren das Vorgehen hier an einem Beispiel:

$$(x^3 - 2x^2 - 11x + 12):(x - 4)=$$

Wir betrachten zunächst den ersten Summanden x^3 und teilen diesen durch x. Das Ergebnis schreiben wir hinter das $=$.

$$(\boldsymbol{x^3} - 2x^2 - 11x + 12):(\boldsymbol{x} - 4)=\boldsymbol{x^2}$$

Anschließend multiplizieren wir dieses Ergebnis mit dem Polynom durch das geteilt wird und schreiben dies als Kontrollergebnis unter das erste Polynom mit einem $-$ davor:

$$\begin{array}{rrrrrrrr}
(x^3 & - & 2x^2 & - & 11x & + & 12):(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{4}) = \boldsymbol{x^2} \\
\boldsymbol{-(x^3} & \boldsymbol{-} & \boldsymbol{4x^2)} & & & &
\end{array}$$

Nun berechnen wir wie bei der schriftlichen Division den Rest, indem wir dieses Kontrollergebnis vom ersten Polynom abziehen und gleichzeitig den nächsten Summanden des Polynoms nach unten holen:

$$\begin{array}{rrrrrrrr}
(\boldsymbol{x^3} & \boldsymbol{-} & \boldsymbol{2x^2} & \boldsymbol{-} & \boldsymbol{11x} & + & 12):(x - 4) = x^2 \\
\boldsymbol{-x^3} & \boldsymbol{+} & \boldsymbol{4x^2} & & & & \\
\boldsymbol{0} & \boldsymbol{+} & \boldsymbol{2x^2} & \boldsymbol{-} & \boldsymbol{11x} & &
\end{array}$$

Wie bei der schriftlichen Division betrachten wir nun den nächsten Summanden der im Rest vorkommt $2x^2$ und führen damit das gleiche durch. Dies geschieht so lange bis kein Rest mehr bleibt:

$$\begin{array}{rrrrrrrr}
(x^3 & - & 2x^2 & - & 11x & + & 12):(x - 4) = x^2 + 2x - 3 \\
-x^3 & + & 4x^2 & & & & \\
 & & 2x^2 & - & 11x & & \\
 & - & 2x^2 & + & 8x & & \\
 & & & - & 3x & + & 12 \\
 & & & & 3x & - & 12 \\
 & & & & & & 0
\end{array}$$